40777

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I Combined Mathematics I	**10 S I**	පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ: 1	
2	
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

1. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} r(r+1) = \frac{n}{3}(n+1)(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

2. එක ම රූප සටහනක $y = |x| + 1$ හා $y = 2|x - 1|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. **ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ,** $|x| + 1 > 2|x - 1|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

3. එක ම ආගන්ඩ් සටහනක

(i) $|z - i| = 1$, (ii) $\text{Arg}(z - i) = \frac{\pi}{6}$

සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්හි පථවල දළ සටහන් ඇඳ, මෙම පථයන්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් සොයන්න; මෙහි $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ.

4. එක් එක් සංඛ්‍යාංකය එක් වරක් පමණක් භාවිත කරයි නම්, $1, 2, 3, 4$ හා 5 යන සංඛ්‍යාංකවලින්, සංඛ්‍යාංක පහකින් යුත් වෙනස් සංඛ්‍යා කීයක් සෑදිය හැකි ද?

මෙම සංඛ්‍යාවලින් (i) කොපමණක් ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා වේ ද?

(ii) කොපමණක 3 හා 4 සංඛ්‍යාංක එක ළඟ තිබේ ද?

40777

5. $\alpha > 0$ යැයි ගනිමු. $\lim_{x \to 0} \dfrac{1-\cos(\alpha x)}{\sqrt{4+x^2}-\sqrt{4-x^2}} = 16$ වන පරිදි වූ α හි අගය සොයන්න.

6. $y = x^2$ හා $y = 2x - x^2$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

Department of Examinations Sri Lanka

7. $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$ සඳහා $x=3\sin^2\dfrac{\theta}{2}$, $y=\sin^3\theta$ යන පරාමිතික සමීකරණ මගින් C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ.

$\dfrac{dy}{dx}=\sin 2\theta$ බව පෙන්වන්න.

C මත වූ P ලක්ෂ්‍යයක දී ස්පර්ශකයෙහි අනුක්‍රමණය $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ වේ නම්, P ට අනුරූප θ පරාමිතියෙහි අගය සොයන්න.

8. මූල ලක්ෂ්‍යයත්, $2x+3y-k=0$ හා $x-y+1=0$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යයත් හරහා යන සරල රේඛාව l යැයි ගනිමු; මෙහි $k\ (\neq 0)$ නියතයකි. l හි සමීකරණය k ඇසුරෙන් සොයන්න.

$(1, 1)$ හා $(3, 4)$ ලක්ෂ්‍ය දෙක l හි එක ම පැත්තේ වන බව දී ඇත. $k<18$ බව පෙන්වන්න.

9. $A \equiv (1, 2)$, $B \equiv (-5, 4)$ හා S යනු AB විෂ්කම්භයක් ලෙස වූ වෘත්තය යැයි ගනිමු.

(i) S වෘත්තයේ ද

(ii) S වෘත්තය ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරන, කේන්ද්‍රය $(1, 1)$ ලෙස ඇති වෘත්තයේ ද

සමීකරණ සොයන්න.

10. $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$ සමීකරණය විසඳන්න.

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) $a \neq 0$ හා $a+b+c \neq 0$ වන පරිදි වූ $a, b, c \in \mathbb{R}$ යැයි ද $f(x) = ax^2 + bx + c$ යැයි ද ගනිමු.

$f(x) = 0$ සමීකරණයෙහි, 1 මූලයක් **නොවන** බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි මූල α හා β යැයි ගනිමු.

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \frac{1}{a}(a+b+c)$ බව ද $\frac{1}{\alpha - 1}$ හා $\frac{1}{\beta - 1}$ මූල ලෙස ඇති වර්ගජ සමීකරණය $g(x) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව ද පෙන්වන්න; මෙහි $g(x) = (a+b+c)x^2 + (2a+b)x + a$ වේ.

දැන්, $a > 0$ හා $a+b+c > 0$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි අවම අගය වන m_1 යන්න $m_1 = -\frac{\Delta}{4a}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $\Delta = b^2 - 4ac$ වේ.

$g(x)$ හි අවම අගය m_2 යැයි ගනිමු. $(a+b+c)m_2 = am_1$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) \geq 0$ ම නම් පමණක් සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) \geq 0$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $p(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ හා $q(x) = x^2 + 3x + 6$ යැයි ගනිමු. ශේෂ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $p(x)$ යන්න $(x-1)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂයත්, $q(x)$ යන්න $(x-2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂයත් සොයන්න.

$p(x) = (x-1)\,q(x) + 5$ බව සත්‍යාපනය කර, $p(x)$ යන්න $(x-1)(x-2)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

12. (*a*) $n \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $(1+x)^n$ සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ප්‍රකාශ කරන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන්, $r = 0, 1, 2, \ldots, n-1$ සඳහා $\frac{{}^nC_{r+1}}{{}^nC_r} = \frac{n-r}{r+1}$ බව පෙන්වන්න.

$(1+x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^r, x^{r+1} හා x^{r+2} හි සංගුණක එම පිළිවෙළට ගත් විට $1:2:3$ අනුපාත වලින් යුතු වේ. මෙම අවස්ථාවේ දී $n = 14$ හා $r = 4$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{10r+9}{(2r-3)(2r-1)(2r+1)}$ හා $f(r) = r(Ar+B)$ යැයි ගනිමු; මෙහි A හා B තාත්ත්වික නියත වේ.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{f(r)}{(2r-3)(2r-1)} - \frac{f(r+1)}{(2r-1)(2r+1)}$ වන පරිදි A හා B නියතවල අගයන් සොයන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = -3 - \frac{(n+1)(2n+3)}{(4n^2-1)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව තවදුරටත් පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$\mathbf{AX} = \lambda\mathbf{X}$ හා $\mathbf{AY} = \mu\mathbf{Y}$ වන පරිදි λ හා μ තාත්ත්වික නියත සොයන්න.

$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. $\mathbf{P}^{-1}$ හා $\mathbf{AP}$ සොයා, $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{AP} = \mathbf{D}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ වේ.

(*b*) ආගන්ඩ් සටහනක, A ලක්ෂ්‍යය $2+i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරයි. B ලක්ෂ්‍යය, $OB = 2\,(OA)$ හා $A\hat{O}B = \frac{\pi}{4}$ වන පරිදි වේ; මෙහි O යනු මූලය ද $A\hat{O}B$ මැන ඇත්තේ OA සිට වාමාවර්තව ද වේ. B ලක්ෂ්‍යය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

$OACB$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ C ලක්ෂ්‍යය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ද සොයන්න.

(*c*) $z \in \mathbb{C}$ යැයි ද $w = \dfrac{2}{1+i} + \dfrac{5z}{2+i}$ යැයි ද ගනිමු. $\text{Im}\, w = -1$ හා $|w - 1 + i| = 5$ බව දී ඇත. $z = \pm(2+i)$ බව පෙන්වන්න.

14. (*a*) $x \neq \pm 1$ සඳහා $f(x) = \dfrac{(x-3)^2}{x^2-1}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න, $f'(x) = \dfrac{2(x-3)(3x-1)}{(x^2-1)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

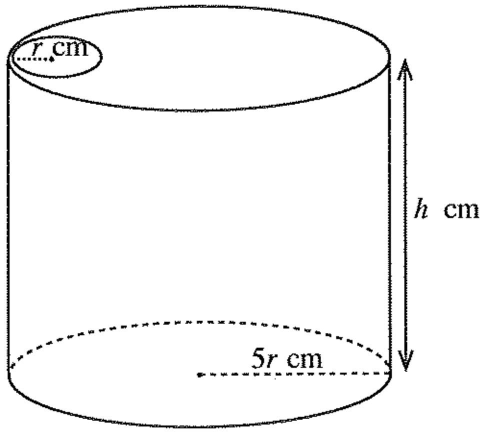
$y = f(x)$ හි ස්පර්ශෝන්මුඛවල සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය, $y = f(x)$ වක්‍රය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) අරය $5r$ cm හා උස h cm වූ ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක හැඩය ඇති තුනී ලෝහ බඳුනකට, අරය r cm වූ වෘත්තාකාර සිදුරක් සහිත අරය $5r$ cm වූ වෘත්තාකාර පියනක් ඇත. (රූපය බලන්න.) බඳුනෙහි පරිමාව 245π cm^3 වන බව දී ඇත. සිදුර සහිත පියන සමග බඳුනෙහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය S cm^2 යන්න $r > 0$ සඳහා $S = 49\pi\left(r^2 + \dfrac{2}{r}\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

S අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



15. (*a*) (i) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$ සොයන්න.

(ii) $\dfrac{d}{dx}\left(\sqrt{3 + 2x - x^2}\right)$ සොයා, **ඒ නයින්**, $\displaystyle\int \frac{x-1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}\,dx$ සොයන්න.

ඉහත අනුකල භාවිතයෙන් $\displaystyle\int \frac{x+1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}\,dx$ සොයන්න.

(*b*) $\dfrac{2x-1}{(x+1)(x^2+1)}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, **ඒ නයින්**, $\displaystyle\int \frac{(2x-1)}{(x+1)(x^2+1)}\,dx$ සොයන්න.

(*c*) (i) $n \neq -1$ යැයි ගනිමු. කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int x^n (\ln x)\, dx$ සොයන්න.

(ii) $\displaystyle\int_1^3 \frac{\ln x}{x}\, dx$ අගයන්න.

16. (*a*) *ABCD* රොම්බසයක *AC* විකර්ණයෙහි සමීකරණය $3x - y = 3$ ද $B \equiv (3, 1)$ ද වේ. තව ද *CD* හි සමීකරණය $x + ky = 4$ වේ; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි. k හි අගය හා *BC* හි සමීකරණය සොයන්න.

(*b*) පිළිවෙළින් $x^2 + y^2 = 4$ හා $(x-1)^2 + y^2 = 1$ යන සමීකරණ මගින් දෙනු ලබන C_1 හා C_2 වෘත්තවල දළ සටහන්, ඒවායේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය පැහැදිලිව දක්වමින් අඳින්න.

C_3 වෘත්තයක් C_1 අභ්‍යන්තරව ද C_2 බාහිරව ද ස්පර්ශ කරයි. C_3 හි කේන්ද්‍රය $8x^2 + 9y^2 - 8x - 16 = 0$ වක්‍රය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

17. (*a*) $\tan \alpha$ හා $\tan \beta$ ඇසුරෙන් $\tan(\alpha + \beta)$ සඳහා වූ ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යය ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්, $\tan \theta$ ඇසුරෙන් $\tan 2\theta$ ලබා ගෙන, $\tan 3\theta = \dfrac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

අවසාන සමීකරණයෙහි $\theta = \dfrac{5\pi}{12}$ ආදේශ කිරීමෙන්, $\tan\dfrac{5\pi}{12}$ යන්න $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$ හි විසඳුමක් බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = (x+1)(x^2 - 4x + 1)$ බව තවදුරටත් දී ඇති විට, $\tan\dfrac{5\pi}{12} = 2 + \sqrt{3}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(*b*) $0 < A < \pi$ සඳහා $\tan^2\dfrac{A}{2} = \dfrac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$ බව පෙන්වන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන්, *ABC* ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින නීතිය භාවිත කර,

$(a + b + c)(b + c - a)\tan^2\dfrac{A}{2} = (a + b - c)(a + c - b)$ බව පෙන්වන්න.

(*c*) $\sin^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\dfrac{5}{13}\right) = \sin^{-1}\left(\dfrac{56}{65}\right)$ බව පෙන්වන්න.

* * *

40777

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தரப் பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

විභාග අංකය								

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

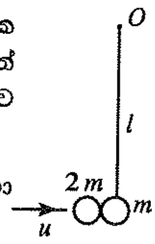
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

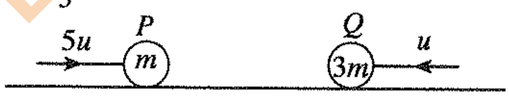
A කොටස

1. එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසන ලද දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක අනෙක් කෙළවරෙහි ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සමතුලිතව එල්ලෙයි. ස්කන්ධය $2m$ වූ තවත් අංශුවක් u ප්‍රවේගයකින් තිරස් ව පළමු අංශුව සමග ගැටී එය සමග හාවේ. සංයුක්ත අංශුව චලිතය අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න.

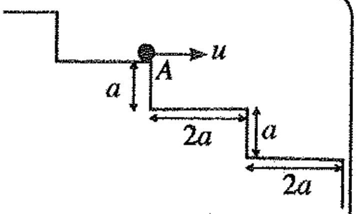
$u = \sqrt{gl}$ නම්, සංයුක්ත අංශුව එහි ආරම්භක මට්ටමෙන් ඉහළට $\frac{2l}{9}$ උපරිම උසක් කරා ළඟා වන බව පෙන්වන්න.



2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය $3m$ වූ Q අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත එක ම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙළින් $5u$ හා u වේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වේ. ඒවායේ ගැටුමෙන් පසු ව, P හා Q එකිනෙකින් ඉවතට පිළිවෙළින් u හා v වේගවලින් චලනය වේ. u ඇසුරෙන් v සොයා, P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.



3. P අංශුවක්, අචල පඩි පෙළක පඩියක දාරයෙහි වූ A ලක්ෂ්‍යයක සිට එම දාරයට ලම්බව $u = \frac{3}{2}\sqrt{ga}$ මගින් දෙනු ලබන u ප්‍රවේගයකින් තිරස් ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබ, ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ. එක් එක් පඩියේ උස a හා දිග $2a$ වේ (රූපය බලන්න). P අංශුව A ට පහළින් පළමු පඩියේ **නොවදින** බවත් A ට පහළින් දෙවන පඩියේ A සිට $3a$ තිරස් දුරකින් වදින බවත් පෙන්වන්න.



4. R N නියත විශාලත්වයකින් යුත් ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු සමතලා පාරක් දිගේ ස්කන්ධය M kg වූ කාරයක් චලනය වේ. කාරය v m s^{-1} වේගයෙන් චලනය වන මොහොතක දී එහි ත්වරණය a m s^{-2} වේ. මෙම මොහොතේ දී එහි එන්ජිමේ ජවය $(R + Ma)v$ W බව පෙන්වන්න.

කාරය ඊළඟට එම R N නියත විශාලත්වයෙන් ම යුත් ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව එම ජවයෙන් ම ක්‍රියා කරමින් තිරසට α කෝණයකින් ආනත වූ සෘජු පාරක ඉහළට v_1 m s^{-1} නියත වේගයක් සහිත ව චලනය වේ. $v_1 = \frac{(R + Ma)v}{R + Mg\sin\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ හා $\mathbf{c} = \alpha\mathbf{i} + (1 - \alpha)\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ.

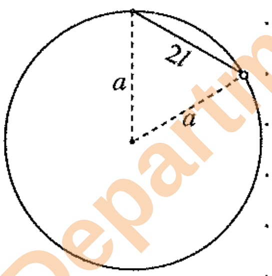
(i) $|\mathbf{a}|$ හා $|\mathbf{b}|$,

(ii) α ඇසුරෙන් $\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}$ හා $\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}$

සොයන්න.

a හා **c** අතර කෝණය **b** හා **c** අතර කෝණයට සමාන නම්, $\alpha = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

6. දිග $2l$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක්, සිරස් තලයක සවි කර ඇති අරය $a \left(> \sqrt{2}l\right)$ වූ සිහින්, සුමට දෘඪ වෘත්තාකාර කම්බියක උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇත. කම්බිය දිගේ චලනය වීමට නිදහස ඇති බර w වූ කුඩා සුමට පබළුවක් තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ඈඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, තන්තුව තදව, පබළුව සමතුලිතතාවයේ පවතී. පබළුව මත ක්‍රියා කරන බල ලකුණු කර, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{2wl}{a}$ බව පෙන්වන්න.



7. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A) = p$, $P(B) = \frac{p}{2}$ හා $P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{2p}{3}$ වේ; මෙහි $p > 0$ වේ. p ඇසුරෙන් $P(A \cap B)$ සොයන්න.

A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි නම්, $p = \frac{5}{6}$ බව අපෝහනය කරන්න.

8. මල්ලක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින් ම සමාන වූ, සුදු බෝල 6 ක් හා කළු බෝල n අඩංගු වේ. එකකට පසු ව අනෙක ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව බෝල දෙකක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. පළමු බෝලය සුදු හා දෙවන බෝලය කළු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{4}{15}$ වේ. n හි අගය සොයන්න.

9. 11 ට අඩු ප්‍රභින්න නිඛිල තුනක මධ්‍යන්‍යය 7 වේ. තවත් නිඛිල දෙකක් ගත් විට නිඛිල පහේම මධ්‍යන්‍යය 5 වේ. තව ද මෙම නිඛිල පහේ එක ම මාතය 3 වේ. නිඛිල පහ සොයන්න.

10. 1, 2, 3, 4 හා 5 ලෙස අංක කළ සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ පහකින් සමන්විත, භ්‍රමණය වන වෘත්තාකාර ඉලක්ක පුවරුවක් වෙතට ඊතලයක් විදිනු ලැබේ. එක් එක් ඛණ්ඩයෙහි ඊතලය වදින වාර ගණන පහත දැක්වෙන සංඛ්‍යාත වගුවෙන් දෙනු ලැබේ; මෙහි p හා q නියත වේ.

අංකය	1	2	3	4	5
සංඛ්‍යාතය	1	p	q	5	2

ඉහත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙළින් 3 හා $\frac{6}{5}$ බව දී ඇත්නම්, p හා q හි අගයන් සොයන්න.

* *

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

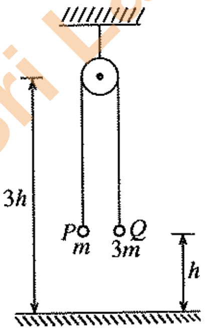
10 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (*a*) අප්‍රත්‍යාස්ථ තිරස් ගෙබිමකට $3h$ උසක් ඉහළින් සවි කර ඇති කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින්, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ස්කන්ධය $3m$ වූ Q අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී අංශු දෙක ගෙබිමට h උසකින් තන්තුව තදව ඇතිව අල්වා තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. (යාබද රූපය බලන්න.) P හා Q හි චලිතයන්ට වෙන වෙන ම නිව්ටන් දෙවෙනි නියමය යෙදීමෙන්, එක් එක් අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය $\frac{g}{2}$ බව පෙන්වන්න.

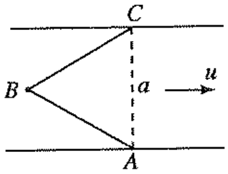


t_0 කාලයකට පසු ව Q අංශුව ගෙබිම සමග ගැටී ක්ෂණිකව නිශ්චලතාවයට පැමිණ, තවත් t_1 කාලයක් නිශ්චලතාවයේ තිබී උඩු අතට චලිතය ආරම්භ කරයි. Q අංශුව උඩු අතට චලිතය ආරම්භ කරන තෙක් P හා Q අංශු දෙකෙහි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් වෙන වෙන ම අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන්, $t_0 = 2\sqrt{\frac{h}{g}}$ බව පෙන්වා, g හා h ඇසුරෙන් t_1 සොයන්න.

P අංශුව ගෙබිමේ සිට $\frac{5h}{2}$ උපරිම උසකට ළඟා වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

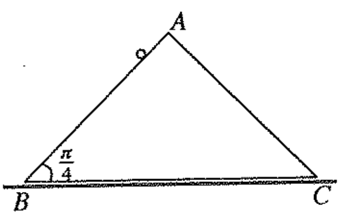
(*b*) පළල a වූ ඍජු ගඟක් ඒකාකාර u වේගයකින් ගලයි. ගඟ ගලන දිශාවට AC රේඛාව ලම්බ වන පරිදි A හා C ලක්ෂ්‍ය ගඟේ ප්‍රතිවිරුද්ධ ඉවුරු දෙකෙහි පිහිටා ඇත. තව ද ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි AC ගෙන් උඩු ගං අතට B අචල බෝයාවක් ගඟ මැද සවි කර ඇත. (යාබද රූපය බලන්න.) ජලයට සාපේක්ෂව $v\,(>u)$ වේගයෙන් චලනය වන බෝට්ටුවක් A සිට ආරම්භ කර B වෙත ළඟා වන තෙක් චලනය වේ. ඊළඟට එය B සිට C දක්වා චලනය වේ. A සිට B දක්වාත් B සිට C දක්වාත් බෝට්ටුවේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න.



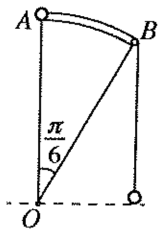
A සිට B දක්වා චලිතයේ දී බෝට්ටුවේ වේගය $\frac{1}{2}\left(\sqrt{4v^2 - u^2} - \sqrt{3}u\right)$ බව පෙන්වා, B සිට C දක්වා චලිතයේ දී එහි වේගය සොයන්න.

ඒ නයින්, AB හා BC පෙත් සඳහා බෝට්ටුව ගන්නා මුළු කාලය $\frac{a\sqrt{4v^2 - u^2}}{v^2 - u^2}$ බව පෙන්වන්න.

12. (*a*) රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය $2m$ වූ ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා වූ සිරස් හරස්කඩකි. AB රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර $A\hat{B}C = \frac{\pi}{4}$ වේ. BC අයත් මුහුණත රළු තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුඤ්ඤය තබා ඇත. AB අයත් මුහුණත සුමට වේ. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි AB මත අල්වා තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. කුඤ්ඤය $\overrightarrow{BC}$ හි දිශාවට චලනය වන බවත් ගෙබිම මගින් කුඤ්ඤය මත ඇති කරන ඝර්ෂණ බලයෙහි විශාලත්වය $\frac{R}{6}$ වන බවත් දී ඇත; මෙහි R යනු ගෙබිම මගින් කුඤ්ඤය මත ඇති කරන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයයි. m හා g ඇසුරෙන්, R නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් වන සමීකරණ ලබා ගන්න.



(*b*) රූපයේ දැක්වෙන OAB යනු OA සිරස් ව ඇති, O කේන්ද්‍රයෙහි $\frac{\pi}{6}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන අරය a වූ වෘත්ත ඛණ්ඩයකි. එය, ස්වකීය අක්ෂය තිරස් ව සවි කර ඇති සුමට සිලින්ඩරාකාර ඛණ්ඩයක අක්ෂයට ලම්බ හරස්කඩකි. B හි සවි කර ඇති කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය $3m$ වූ P අංශුවකට ඈඳා ඇති අතර එහි අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවකට ඈඳා ඇත. ආරම්භයේ දී P අංශුව A හි අල්වා ඇති අතර Q අංශුව O හි තිරස් මට්ටමේ නිදහසේ එල්ලෙයි. තන්තුව තදව ඇතිව, මෙම පිහිටීමෙන්, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



OP උඩු අත් සිරස සමග $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{6}\right)$ කෝණයක් සාදන විට $2a\dot{\theta}^2 = 3g(1-\cos\theta)+g\theta$ බව හා තන්තුවේ ආතතිය $\frac{3}{4}mg\,(1-\sin\theta)$ බව පෙන්වා, P අංශුව මත අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

13. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ගැට ගසා ඇත. P අංශුව, O හි නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. P අංශුව A ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න; මෙහි $OA = a$ වේ.

තන්තුවේ දිග $x(\geq a)$ යන්න $\ddot{x}+\frac{4g}{a}\left(x-\frac{5a}{4}\right)=0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

$X = x-\frac{5a}{4}$ ලෙස ගෙන, ඉහත සමීකරණය $\ddot{X}+\omega^2X=0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $\omega(>0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයකි.

$\dot{X}^2=\omega^2\left(c^2-X^2\right)$ බව උපකල්පනය කරමින්, මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි විස්තාරය වන c සොයන්න.

P අංශුව ළඟා වන පහළ ම ලක්ෂ්‍යය L යැයි ගනිමු. A සිට L දක්වා චලනය වීමට P මගින් ගනු ලැබූ කාලය $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{g}}\left\{\pi-\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව L හි තිබෙන මොහොතේ දී ස්කන්ධය $\lambda m\ (1\leq\lambda<3)$ වූ තවත් අංශුවක් සීරුවෙන් P ට ඈඳනු ලැබේ. ස්කන්ධය $(1+\lambda)\,m$ වූ සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x}+\frac{4g}{(1+\lambda)a}\left\{x-(5+\lambda)\frac{a}{4}\right\}=0$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත අංශුව, $(3-\lambda)\frac{a}{4}$ විස්තාරය සහිත පූර්ණ සරල අනුවර්තී චලිතයේ යෙදෙන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

14. (*a*) O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ; මෙහි O, A හා B **ඒක රේඛීය නො වේ.** C යනු $\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ වන පරිදි පිහිටි ලක්ෂ්‍යය ද D යනු $\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ වන පරිදි පිහිටි ලක්ෂ්‍යය ද යැයි ගනිමු. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{AD}$ ප්‍රකාශ කර, $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ බව පෙන්වන්න.

P හා Q යනු පිළිවෙළින්, AB හා OD මත $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{OQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{OD}$ වන පරිදි පිහිටි ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු; මෙහි $0<\lambda<1$ වේ. $\overrightarrow{PC}=2\,\overrightarrow{CQ}$ බව පෙන්වන්න.

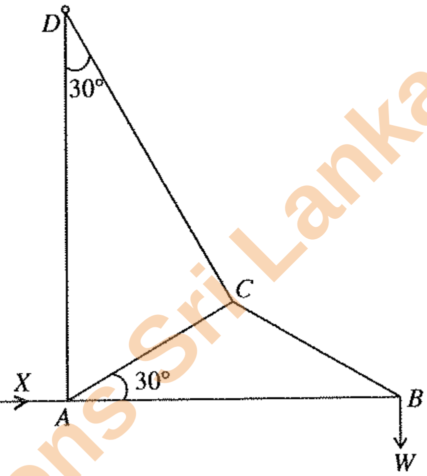
(*b*) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක $AB = 2$ m හා $AD = 1$ m යැයි ද $B\hat{A}D=\frac{\pi}{3}$ යැයි ද ගනිමු. තව ද CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E යැයි ගනිමු. විශාලත්ව නිව්ටන $5, 5, 2, 4$ හා 3 වූ බල පිළිවෙළින් AB, BC, DC, DA හා BE දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවන්ට ක්‍රියා කරයි. ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $\overrightarrow{AE}$ ට සමාන්තර බව පෙන්වා එහි විශාලත්වය සොයන්න.

සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාව B සිට $\frac{3}{2}$ m දුරක දී දික්කරන ලද AB ට හමුවන බවත් පෙන්වන්න.

දැන් C හරහා ක්‍රියා කරන අමතර බලයක් ඉහත බල පද්ධතියට එකතු කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $\overrightarrow{AE}$ දිගේ වන පරිදි ය. අමතර බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

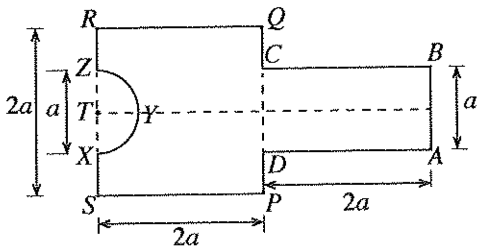
15.(a) එක එකක බර w_1 වූ සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක්, $ABCD$ රොම්බසයක් සෑදෙන පරිදි, ඒවායේ අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. $B\hat{A}D = 2\theta$ වන පරිදි BC හා CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය සැහැල්ලු දණ්ඩක් මගින් යා කර ඇත. B හා D එක් එක් සන්ධිය සමාන w_2 භාර දරයි. පද්ධතිය, A සන්ධියෙන් සමමිතික ලෙස එල්ලෙමින්, සැහැල්ලු දණ්ඩ තිරස් ව ඇතිව සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ පවතියි. සැහැල්ලු දණ්ඩෙහි තෙරපුම $2(2w_1 + w_2)\tan\theta$ බව පෙන්වන්න.

(b) යාබද රූපයෙන්, අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, AC හා AD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් නිරූපණය වේ. $AC = CB$ හා $B\hat{A}C = 30^\circ = A\hat{D}C$ බව දී ඇත. රාමු සැකිල්ල D හි දී සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. B සන්ධියේ දී W බරක් එල්ලා AB තිරස් ව ද AD සිරස් ව ද ඇතිව රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A හි දී ක්‍රියා කරන විශාලත්වය X වූ තිරස් බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් B, C හා A සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න. **එනයින්**, X හි අගය හා සියලු දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති හා තෙරපුම් වශයෙන් වෙන් කර දක්වමින් සොයන්න.

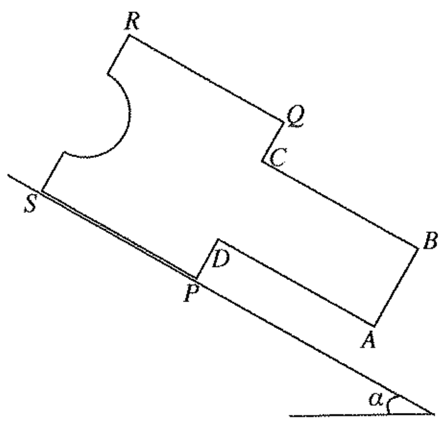


16. අරය r හා O කේන්ද්‍රය වූ ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{4r}{3\pi}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.

යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, L ඒකාකාර තල ආස්තරයක් සාදා ඇත්තේ $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් $PQRS$ සමචතුරස්‍රයකට DC හා PQ ඒවායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය සමපාත වෙමින් එක ම රේඛාවේ පිහිටන පරිදි දෘඪ ලෙස සවි කර, RS හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන T හි කේන්ද්‍රය ඇති අරය $\frac{a}{2}$ වන XYZ අර්ධ වෘත්තාකාර පෙදෙසක් ඉවත් කිරීමෙනි. $AB = a$ හා $AD = PQ = 2a$ බව දී ඇත. L ආස්තරයෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය මත, RS සිට ka දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න; මෙහි $k = \frac{238}{3(48-\pi)}$ වේ.



යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, L ආස්තරය තිරසට α කෝණයකින් ආනත වූ රළු තලයක් මත ස්වකීය තලය සිරස් ව ද P ලක්ෂ්‍යය S ට පහළින් පිහිටන පරිදි PS දාරය උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් මත ද ඇතිව සමතුලිතව පිහිටයි. $\tan\alpha < (2-k)$ හා $\mu \ge \tan\alpha$ බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු ආස්තරය හා ආනත තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකයයි.



17. (*a*) නොනැඹුරු ඝනකාකාර A දාදු කැටයක් එහි වෙන් වෙන් මුහුණත් හය මත $1, 2, 3, 3, 4, 5$ පෙන්වයි. A දාදු කැටය දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබුණු සංඛ්‍යා දෙකෙහි එකතුය 6 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

මුහුණත් මත වූ සංඛ්‍යා හැරුණු විට, අන් සෑම අයුරකින් ම A ට සර්වසම තවත් B දාදු කැටයක් එහි වෙන් වෙන් මුහුණත් හය මත $2, 2, 3, 4, 4, 5$ පෙන්වයි. B දාදු කැටය දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබුණු සංඛ්‍යා දෙකෙහි එකතුය 6 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

දැන්, A හා B දාදු කැට දෙක පෙට්ටියකට දමනු ලැබේ. එක් දාදු කැටයක් සසම්භාවී ලෙස පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගෙන දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබුණු සංඛ්‍යා දෙකෙහි එකතුය 6 බව දී ඇති විට, පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගත් දාදු කැටය, A දාදු කැටය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ යන සංඛ්‍යා n වල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් μ_1 හා σ_1 ද, $y_1, y_2, \ldots, y_m$ යන සංඛ්‍යා m වල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් μ_2 හා σ_2 ද වේ. මෙම සියලු ම $n + m$ සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් μ_3 හා σ_3 යැයි ගනිමු.

$\mu_3 = \dfrac{n\mu_1 + m\mu_2}{n + m}$ බව පෙන්වන්න.

$d_1 = \mu_3 - \mu_1$ ලෙස ගනිමු. $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_3)^2 = n(\sigma_1^2 + d_1^2)$ බව පෙන්වන්න.

$d_2 = \mu_3 - \mu_2$ ලෙස ගැනීමෙන්, $\sum_{j=1}^{m} (y_j - \mu_3)^2$ සඳහා එබඳු ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වන්න.

$\sigma_3^2 = \dfrac{(n\sigma_1^2 + m\sigma_2^2) + (nd_1^2 + md_2^2)}{n + m}$ බව අපෝහනය කරන්න.

අලුත් පොතක් ප්‍රකාශයට පත් කිරීමෙන් පසු පළමු දින 100 ඇතුළත දිනකට විකිණී තිබුණු පිටපත් සංඛ්‍යාවේ මධ්‍යන්‍යය 2.3 ක් ද විචලතාව 0.8 ක් ද විය. ඊළඟ දින 100 ඇතුළත දිනකට විකිණී තිබුණු පිටපත් සංඛ්‍යාවේ මධ්‍යන්‍යය 1.7 ක් ද විචලතාව 0.5 ක් ද විය. පළමු දින 200 ඇතුළත දිනකට විකිණී තිබුණු පිටපත් සංඛ්‍යාවේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

* * *